

## 受験生の皆さんに伝えたいこと

本書は、高校2年までに学習を終える数学Ⅰ・A・Ⅱ・Bの範囲の

**関数と方程式(高次方程式を含む)、三角関数、数列、整数・整式、**

**整式で表された関数の微分積分、ベクトルと平面・空間図形、確率**

の分野を取り上げています(一部数Ⅲの内容を含みます)。ただし、教科書で扱われることはありませんが、医学部入試では頻出する**整式の一致の定理、空間の曲面の方程式、特殊な発想が要求される整数の問題や確率の問題、期待値の加法定理、分散およびその関連公式、二項分布**なども本書は取り上げています。

本書は“医学部に合格することを目的”として編集されました。そのために高校の教科書や市販されている普通の参考書には含まれていないことも取り上げ、医学部入試数学の攻略に必要な武器(知識、発想、テクニック)を提示します。医学部入試では“**知らない(経験がない)と解けない問題**”がかなりの頻度で出題されているのです。

また、パターン学習になりがちな「存在条件が関係する問題」を繰り返し取り上げ、本質的な考え方を示し、この考え方の理解を通して真の実力を養成することを一つの目的としています。存在条件が関係する問題の考え方を修得することは、高校数学を理解するためには不可欠です。

このように、本書は医学部入試数学を攻略するために編集されました。数学Ⅰ・A・Ⅱ・Bの学習をひととおり終え、標準的な問題の演習を行った段階で、より深くより高度な学習を望む受験生に最適と思われる演習書です。

本書は、第1章、第2章、第3章…と順に学習するのが基本ですが、どの章から読み始めてもかまいません。標準的な学習が足りないと思われる章は後にまわしても良いでしょう。しかし、医学部に合格したいと思っているのであれば、すべての章を受験までに必ず学習して下さい。

また、学習というのは、問題を読んで解法を覚えれば良いということではありません。本書レベルの問題を解くことができないと医学部に合格することは難しいのですが、問題が解けるようになるためには、まず“**その問題の解法がどのような理由でそうなるのかを正しく理解することが必要**”です。さらに、理解さえできればよいのかと問われると、そうではないと答えざるを得ません。理解することは絶対的に必要ですが、理解できたはずの問題が解けないということも多いのです。

理解することと解くことには異質の能力が要求されている部分があり、**解く練習が必要です!** そのために、各問題に対して一つずつ類題を用意しました。類題は問題より難度が高いものが多いのですが、理解を深めるため、実力を伸ばし解けるようになるために類題の演習に取り組んで下さい。類題の演習は、完答できるようになるまで何度でも繰り返しましょう。

本書を学習し、類題が完全に解答できるようになれば、間違いなく医学部に合格できます。読者の皆さんの健闘を祈ります。

## 目次

### 第1章 関数と方程式

問題1	解の配置・解の存在範囲	8	類題1	9
問題2	相反方程式	10	類題2	11
問題3	3次方程式の解と係数の関係	12	類題3	13
問題4	3次方程式の代数的解法	14	類題4	16
問題5	多変数関数の最大・最小	18	類題5	19

### 第2章 三角関数

問題6	三角関数の相互関係、加法定理、三角関数の恒等式	20	類題6	21
問題7	三角関数のとり得る値と存在条件	22	類題7	23
問題8	2直線のなす角の最大値、正接の加法定理	24	類題8	25
問題9	三角関数の多変数関数、和→積、積→和の公式	26	類題9	28

### 第3章 数列

問題10	等差数列、等比数列の定義	30	類題10	31
問題11	格子点の個数の求め方	32	類題11	33
問題12	群数列	34	類題12	35
問題13	漸化式の作成、3項間漸化式の解法	36	類題13	37
問題14	漸化式を利用した論証(ベル方程式)	38	類題14	40
問題15	数学的帰納法(1)	42	類題15	43
問題16	数学的帰納法(2)	44	類題16	45
問題17	数学的帰納法(3)	46	類題17	47

### 第4章 整数・整式

問題18	素数・剰余系	48	類題18	49
問題19	互いに素	50	類題19	51
問題20	平方剰余・ピタゴラス数	52	類題20	54
問題21	合同式	56	類題21	57
問題22	1次不定方程式の整数解	58	類題22	59
問題23	方程式の整数解、整数解の限定方法	60	類題23	62
問題24	$n!$ に含まれる素因数 $p$ の個数	64	類題24	66
問題25	無限降下法	68	類題25	69
問題26	ガウス記号	70	類題26	72
問題27	フェルマーの小定理	74	類題27	75
問題28	整式が整数値をとる条件	76	類題28	77
問題29	整式の一致の定理	78	類題29	81

問題30	方程式の有理数解♦	82	類題30	83
問題31	チェビシェフの多項式♦	84	類題31	87
<b>第5章 整式で表された関数の微分積分</b>				
問題32	対称式のとり得る値と3次関数のグラフ	88	類題32	89
問題33	3次のチェビシェフの多項式で表された関数の性質	90	類題33	91
問題34	3次関数のグラフで囲まれた面積	92	類題34	93
問題35	3次関数のグラフと接線で囲まれた部分の面積	94	類題35	95
問題36	$n$ 次関数のグラフと方程式の解の個数	96	類題36	98
問題37	逆関数の積分(図形的処理)♦	100	類題37	102
<b>第6章 図形と方程式</b>				
問題38	円束(2円の交点を通る円、直線)	104	類題38	105
問題39	媒介変数で表された点の軌跡(1)	106	類題39	107
問題40	媒介変数で表された点の軌跡(2)	108	類題40	109
問題41	反転(点の軌跡)	110	類題41	111
問題42	直線に関する対称点の存在する条件	112	類題42	113
問題43	1対1対応ではない変換(原像の存在条件)	114	類題43	116
問題44	図形の通過する領域(1)	118	類題44	121
問題45	図形の通過する領域(2)	122	類題45	123
問題46	極と極線♦	124	類題46	125
問題47	反射と対称移動	126	類題47	127
<b>第7章 ベクトル・空間図形</b>				
問題48	1次独立である平面ベクトル(空間ベクトル)の性質	128	類題48	129
問題49	ベクトルの内積と平面図形	130	類題49	131
問題50	ベクトルの内積で定義された図形の決定	132	類題50	133
問題51	ベクトル表示された動点の存在範囲(円のベクトル方程式)	134	類題51	135
問題52	球面のベクトル方程式	136	類題52	137
問題53	空間の2線分の長さの和の最小値	138	類題53	139
問題54	空間における円の媒介変数表示	140	類題54	141
問題55	円錐曲線	142	類題55	144
問題56	空間の回転曲面の方程式♦	146	類題56	148

問題57	等面(合同)四面体を作ることができる条件♦	150	類題57	153
問題58	多面体	154	類題58	156
<b>第8章 確率</b>				
問題59	最大確率の求め方	158	類題59	159
問題60	酔歩(Random-Walk)の確率	160	類題60	161
問題61	排反事象の加法定理(ジャンケンの確率)	162	類題61	163
問題62	排反ではない事象の加法定理(包除原理)	164	類題62	165
問題63	差事象の確率	166	類題63	168
問題64	Random-Walkとカタラン数♦	170	類題64	172
問題65	確率漸化式(1)(2項間漸化式の作成)	174	類題65	175
問題66	確率漸化式(2)(3項間漸化式の作成)	176	類題66	177
問題67	完全順列(乱列, 攪乱順列)♦	178	類題67	181
問題68	期待値の加法定理(期待値の線形性)♦(数学B)	182	類題68	185
問題69	二項分布と二項定理♦	186	類題69	188

(注) 問題文の右肩の♦印はやや難問を表します。入試問題の出題大学名は現行の大学名にしてあります。[例] 高知医科大→高知大 [医]



### 問題 13 漸化式の作成, 3項間漸化式の解法

先頭車両から順に1から $n$ までの番号のついた $n$ 両編成の列車がある。ただし、 $n \geq 2$ とする。

各車両を赤色、青色、黄色のいずれか一色で塗るとき、隣り合った車両の少なくとも一方が赤色となるような塗り方の数を $x_n$ とする。

- (1)  $x_{n+2}$ を $x_n, x_{n+1}$ を用いて表せ。  
 (2)  $x_n$ を $n$ を用いて表せ。

(京都大 [医] 改)

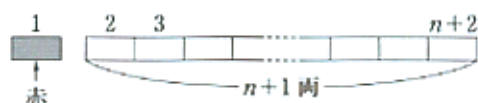
#### 【考え方】

$n$ 両の車両、 $n+1$ 両の車両を条件を満たすように塗った後、 $n+2$ 両の車両に塗り方を延長しようと考えても解答できますが、このような問題では「先頭(または最後尾)が赤色か赤以外の色かで場合分けをする」のが定法です。

#### 【解答】

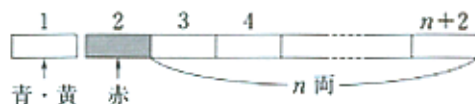
- (1)  $n+2$ 両編成の列車の塗り方において、先頭車両に赤色を塗る場合と赤色以外を塗る場合がある。

- (i) 先頭車両に赤色を塗る場合



2両目から $n+2$ 両目までの $n+1$ 両は、条件を満たすように3色で塗ればよく、この塗り方は $x_{n+1}$ 通り。

- (ii) 先頭車両に青色または黄色を塗る場合



2両目には赤色を塗る必要があり、3両目から $n+2$ 両目までの $n$ 両は、条件を満たすように3色で塗ればよく、この塗り方は $2 \times 1 \times x_n$ 通り。

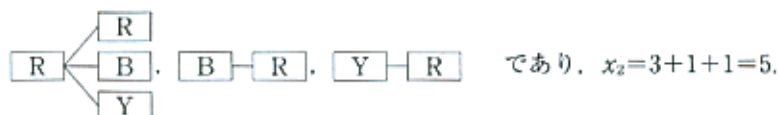
- (i), (ii)は排反であるから、

$$x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n \quad (n \geq 2), \quad \dots\dots (*)$$

- (2) 車両に塗った色が赤色、青色、黄色であることを  $\boxed{R}$ ,  $\boxed{B}$ ,

$\boxed{Y}$  で表すと、

- ・ 2両編成の塗り方は



- ・ 3両編成の塗り方は

