

上巻 目次

はじめに	(1)
凡例	(7)
欧文文字の用法・幾何の用語	(10)

第1章 1949～1958（昭和24～昭和33）年 ————— 1 新制東大の発足，おおらかな時代

1.0 前史	3
1.1 新制東京大学の発足（1949年）	4
問題解答（1949～1950年）	5
1.2 第1次指導要領改訂（1951年）	32
問題解答（1951～1954年）	33
1.3 一次試験の導入（1955年）	85
問題解答（1955～1958年）	86

第2章 1959～1965（昭和34～昭和40）年 ————— 183 数Ⅰ代数・数Ⅰ幾何の時代，初等幾何の終焉

2.1 第2次指導要領改訂（1959年）	185
問題解答（1959～1960年）	186
2.2 文理別の試験に（1961年）	225
問題解答（1961～1965年）	226

第3章 1966～1975（昭和41～昭和50）年 ————— 323 複素平面，ベクトルの登場から紛争の時代

3.1 第3次指導要領改訂（1966年）	325
問題解答（1966～1968年）	326
3.2 東大紛争と入試の中止（1969年）	387
問題解答（1970年）	389
3.3 東大紛争後（1971年）	403
問題解答（1971～1975年）	404

第4章 1976～1984（昭和51～昭和59）年 ————— 491 数学の現代化と行列の登場，共通一次試験の登場

4.1 第4次指導要領改訂（1976年）	493
問題解答（1976～1978年）	494
4.2 共通一次試験と東大一次試験の廃止（1979年）	563
問題解答（1979～1984年）	564

C O L U M N 目次

衛生看護学科（1953～1965 年）	60
最大何個打ち抜けるか	81
石取りゲーム（1957 年一般数学）	159
幾何の時代	181
1960 年代頃までの不備	321
$\frac{1}{6}$ 公式（1975 年（文科））	481
用語の変遷と指導要領	489
東大一次試験の終了（1978 年）	576
日本語の数詞の不思議	611
別解があることはよくないこと？	649

下巻 目次

第5章	1985～1996(昭和 60～平成 8) 年	1
	国公立複数受験可能化から後期試験の登場	
5.1	第5次指導要領改訂(1985 年)	3
	問題解答(1985～1986 年)	4
5.2	国公立複数受験可能制度(1987 年)	40
	問題解答(1987～1989 年)	41
5.3	後期試験の実施(1990 年)	89
	問題解答(1990～1996 年)	91
第6章	1997～2005(平成 9～平成 17) 年	255
	数学Ⅰ, 数学 A, 数学Ⅱ, 数学 B, 数学Ⅲ, 数学 C の形式など 現代につながる形式の完成	
6.1	第6次指導要領改訂(1997 年)	257
	問題解答(1997～2005 年)	259
第7章	2006～2014(平成 18～平成 26) 年	443
	後期試験数学の廃止	
7.1	第7次指導要領改訂(2006 年)	445
	問題解答(2006～2007 年)	446
7.2	後期試験数学の廃止(2008 年)	490
	問題解答(2008～2014 年)	491
第8章	2015～2020(平成 27～令和 2) 年	593
	行列の消滅と新しい入試の時代へ	
8.1	第8次指導要領改訂(2015 年), 後期試験の廃止(2016 年)	595
	問題解答(2015～2020 年)	596

受験形式	691
入試範囲	692
指導要領の変遷と東大入試	694
出典	695

解答作成に至るまで多くの人の協力を感謝いたします	696
--------------------------	-----

おわりに	697
------	-----

COLUMN 目次

A 日程, B 日程騒動 (1987 年)	61
数学と物理	254
超難問 (1998 年後期)	299
$\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$ (1999 年共通)	301
π の値に関する問題 (2003 年理科)	394
エッシャーの絵とタイリング	592
数学と囲碁・将棋	642
数学ができる人は頭がよい?	688

1.1 新制東京大学の発足（1949 年）

新制大学は旧制大学だけでなく、旧制の高等学校、師範学校、専門学校などが移管した。

旧制の高等学校は年齢的には現行の高校三年生から大学二年生までの期間なので多くの大学の教養部や東大の教養学部の基礎になった。また単独で文理学部などになった大学も多い（千葉大や埼玉大）。

また師範学校もほぼ高等学校と同様な年代構成であった。師範学校はほとんど官立であり、各県に1校ずつあったために、各県のいわゆる駅弁大学の教育学部の基礎になった。

また、専門学校は現在の専門学校と異なり、日本女子大や東京女子大のように大学を名乗っていたものや東京物理学校（東京理科大）や青山学院のように世間的に大学並に評価されていた学校も含まれていた。実際多くの専門学校は新制を機に大学に昇格した。国公立の専門学校は各県に、というほど多くはなかったが新制大学の農学部や工学部、薬学部の基礎になった。

なお一部の私立大学は1948年から新制に移行した。また、医学部は1946年から医学専門学校審査のうへ旧制医科大に格上げになるなどの改革が行われたばかりであったが、医学部の入学資格が大学2年修了者という規定が設けられたため多くの医科大は1952年に新制へ移管している。

こうした中、新制東京大学は旧制東京大学（1947年に東京帝国大学から改称）と一高（第一高等学校）および七年制の東京高校と合併して、1949年5月に新制に移管した。

最初の新制東大の入試は、1949年6月に行われた（何故このような時期になったのかは未調査。この年、国立大は基本的に6月に入試を行っている）。

当時の教育制度はまだ始まったばかりのためか、学習指導要領も整備されておらず、教科書に「文部省検定」と書かれているが教科書はかなり自由に書かれていたように思われる。私が教科書図書館（（公）教科書センター附属、東京都江東区千石。）で見た、中等学校教科書株式会社（後の中教出版）の教科書などは三角関数の逆関数、空間図形に二次曲面、ベクトルなどを含み、積分では積分による重心の定義など現代では考えられないような内容まで記述されていた。ひょっとすると旧制中学の教科書のままかもしれない。

一方、入試の方は新制初期の問題は概して易問ばかりの印象を受ける。

当時の入試は基本的に「解析1」、「解析2」、「幾何」の中から1科目を選択するようになっていた。東京大学では「共通問題」2題と選択した教科3題を120分で解く形式が取られた。

「解析1」はいろいろな関数を取り扱う教科で、「解析2」は微積分と確率を扱う教科、「幾何」は図形問題を扱う教科であった。

1950年には3科目に加えて、「一般数学」が加わって、4科目から1科目選択制になった。

「一般数学」は文章題または応用問題的な問題が多く、後の総合科目を思わせる出題が中心である。

記憶に残る問題・特徴的な問題（1949～1950）

この時代の東大の問題には真偽判定を求める問題が多い（1949年共通第1問、解析2第1問、幾何第1問、1950年共通第2問、幾何第1問）。

このころ あんなこと・こんなこと

総選挙で民自党（吉田与党）と共産党が躍進（1949年）。

戦後国鉄三大ミステリー事件（下山事件、三鷹事件、松川事件）が起こる（1949年）。

共産党に対する公職追放いわゆるレッドパージ（1950年）。共産党武装闘争方針（1951年）。柴田翔『されどわれらが日々』の舞台の時代。

美空ひばりが「悲しき口笛」でデビュー（1949年）、その他「青い山脈」（1949年）、「長崎の鐘」（1949年）など。

インフレの収束（1949年）、古橋廣之進世界記録（1949年）、湯川秀樹ノーベル賞受賞（1949年）。

朝鮮戦争（1950年）が始まり、日本の景気がよくなった。

1999 年 前期・文科

第1問

(1) 一般角 θ に対して $\sin \theta$, $\cos \theta$ の定義を述べよ。

(2) (1) で述べた定義にもとづき、一般角 α , β に対して

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

を証明せよ。

分野

数学Ⅱ：三角関数、加法定理

考え方

教科書にある内容の問題である。できなかった人はしっかり復習すべきである。

【解答】

(1) O を原点とする座標平面上で、 x 軸の正の部分を開始線として、角 θ を表す動径上に OP の長さが 1 となるように P をとり、点 P の座標を (x, y) とするとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ は

$$\sin \theta = y, \quad \cos \theta = x \quad \cdots (\text{答})$$

のように定められる。

(2) まず、

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \cdots ①$$

が成り立つことを示す。単位円において動径 OP, OQ の表す角をそれぞれ α , β とする。このとき (1) より、

$$P(\cos \alpha, \sin \alpha), \quad Q(\cos \beta, \sin \beta)$$

であるから 2 点間の距離の公式より

$$\begin{aligned} PQ^2 &= (\cos \beta - \cos \alpha)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2 \\ &= 2\{1 - (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)\}. \end{aligned} \quad \cdots ②$$

一方、三角形 OPQ を原点 O のまわりに $-\beta$ だけ回転して、点 Q が点 A(1, 0) に重なるようにする。この回転により点 P が移った点を R とすると、点 R($\cos(\alpha - \beta)$, $\sin(\alpha - \beta)$) となる。

よって、

$$\begin{aligned} RA^2 &= \{1 - \cos(\alpha - \beta)\}^2 + \{0 - \sin(\alpha - \beta)\}^2 \\ &= 2\{1 - \cos(\alpha - \beta)\}. \end{aligned} \quad \cdots ③$$

$PQ = RA$ であるから、②、③ より ① が成り立つ。

(① の証明終り)

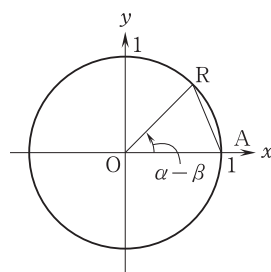
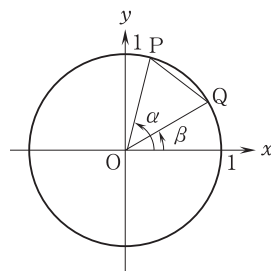
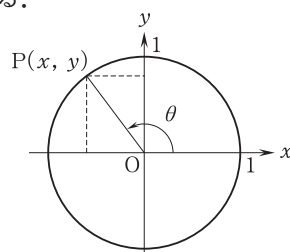
① の両辺の β を $-\beta$ で置きかえると、 $\cos(-\beta) = \cos \beta$, $\sin(-\beta) = -\sin \beta$ であるから

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta. \quad (\text{証明終り})$$

また、① の両辺の α を $90^\circ - \alpha$ で置きかえると、 $\cos\{(90^\circ - \alpha) - \beta\} = \sin(\alpha + \beta)$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ であるから

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta. \quad (\text{証明終り})$$

(注) 教科書の内容であるにもかかわらず、出来が悪かったと聞いている。その意味で、入試に一石を投じた問題である。



1999 年共通問題は東大が受験界に一石を投じた問題だった。

$\sin$, $\cos$ の定義を述べ、その定義に従って加法定理を証明する問題である。

果たして、この問題は易問なのだろうか、難問なのだろうか、答はその両方である。

易問である理由は、教科書をそのまま写せば満点がもらえる問題だからである。

難問である理由は、実際にこの問題の出来が極めて悪かったと聞いているからである。

出来が悪かった理由は、受験生にとって加法定理は問題を解く道具であって、これを憶えていさえすればよいものであると考えていたからではないだろうか。受験指導をする我々も実際にそのように指導していた。まさか、これが出題されるとは思っていなかった面がある。

しかし、同時に学習指導の上では一通りの証明、あるいは説明はしていたはずである。また、教科書には必ず証明は付されているはずである。証明方法も、初等幾何的な方法、座標幾何的な方法、ベクトルを使う方法、行列の積を使う方法などいくらでもあると思われる。

当時 (1999) も今日 (2020) も加法定理は数学Ⅱで学習し、ベクトルは数学Bであるため教科書は座標幾何的な方法がとられている。指導要領によっては、ベクトルや行列などで証明されたことがある (第4次改訂)。

いずれにしろ受験生は必ず学習しているはずの事柄である。

受験指導はよく出題される事柄を繰り返し学習することに終始し、余り出題されないことは二の次にしてしまう傾向がある。このような重要な公式証明まで犠牲にしてきたことに対する反省が迫られた。

「のど元過ぎれば熱さを忘れる」のようにこの問題が出てからもう 20 数年経ってしまっている。当時は重要な公式の証明も大切にしなければと思っていたのだが、近年ではその気分も薄らいでいる。「“災い?”は忘れたころにやってくる」にならなければならないと思える今日この頃である。

話は変わるが、(1) の設問は東大の配慮と思われる。入試問題の証明問題は何を前提とするかを問題の中に示すことは難しい。もし、行列で証明しようとすれば $\sin$, $\cos$ は回転行列の成分と定義することになるであろう。

実は私が予備校講師になりたての頃、たしか東京芸術大学の問題 (当時は芸大の入試でも数学が課されていた) と記憶しているのだが、「三角関数の加法定理を証明せよ」という問題を生徒が質問に来て、考え込んでしまった記憶がある。当時大学院生だった私は「三角関数の定義は級数だったのか、それとも微分方程式の解だったのか」と考え込んでしまったからである。勿論、当時も今も教科書における三角関数の定義は図形的な定義に他ならない。東大の (1) はこのような問題を引き起こさないための配慮からなされているのかもしれない。こう見るとこの出題者の深謀遠慮が読み取れて面白い。