はじめに

言うまでもないが，数学の学習においては問題演習は不可欠であり，その際，修得度と目的によって量と質が異なる．

基礎力を身につけたい場合は，解き方がすぐわかる基本問題の演習の数をこなす必要がある．まず基本事項を確認しながら問題を解く．そしてまた，基本事項を確認する．この繰り返しである．

応用力を身につけたい場合は，骨のある問題をある程度しぼり，じっくり考える演習が必要となる．１つの解法がうかんだらそれで最後まで頑張ってみる．もし行き詰まったら別の方針を考える．できた場合でもうまい解き方はどんどん吸収する．

本書の目的は，教科書レベルから始めて入試標準レベルにまで到達することにある．上記のことを踏まえ，問題はＡ，Ｂ２つのレベルに分けてあるが，Ａといっても必ずしも易しくないし，Ｂだからといって難問に類するものは入れていない．Ｂの問題が入試標準レベルである．実際の入試には結構難しい問題も出ているが，それらは必ずしも解けなくても合格できる場合が多い．むしろ，本書にあるような標準問題の出来，不出来が合否に大きく作用する．

問題は厳選に厳選を重ねて収録した．また，解答は極力簡潔になるように心掛けた．

生まれながらにして数学ができる人などいないし，数学ができるから頭がいいなどというのは迷信である．しょせん，数学も基本の暗記から始まるのである．基本を身につけるには繰り返ししかない．使える道具をいかに増やすかが課題である．本書を信じて，問題と解答を暗記してしまうくらいに繰り返し演習をすれば，合格できるだけの実力が必ず身につくはずである．

構成と使い方

●問題編

基本のまとめ

各節のはじめに設け，その項目に関する定義や公式を整理した．

問題演習

過去に出題された大学入試問題の中から，各分野の標準的で頻出の問題を284題に厳選した．とくに，問題の選定にあたっては解き進むうちに達成感，満足感が得られるよう問題のレベル設定に注意し，問題の分量を定めた．冠名「チョイス新標準問題集」はこの意味あいを込めて命名したのである．

問題A　実際に大学入試で出題された問題の中から基本的・基礎的問題を収録．

問題B　問題Aと同じ分野で，問題Aよりやや程度の高い問題を，問題Aと問題Bの難易が自然につながるよう収録．

出題大学名の右上に＊のついた問題は，一部に手が加えられていることを示す．

ヒント　解法の手がかりとなるように，巻末の「答えとヒント」の中で設けた．

この問題集の進め方には，問題Aを一通り終えてから問題Bにとり組む方法と，問題Aと問題Bをセットにして順番に解いていく方法がある．また，本格的に実力を試したい人は，問題Bだけを解いてもよい．

●解答・解説編

考え方　解き方の指針を示した．自分で考えてみて，わからなかった場合に読んでほしい．

解答　標準的な解法による解答である．ただし，標準的な解法が複数にわたる場合には，［解答１］，［解答２］というように，それぞれの解法による解答を与えることにした．なお，空欄補充式の問題については，記述式に準じた解答をとった．

［別解］　別の視点でとらえた解答である．

［注］　解答の際に注意すべき点や補足事項を示した．

もくじ

第5章　複素数平面

18　複素数平面と極形式

204　考え方

(1)　$|z^5|=|z|^5=1$ より，$|z|=1$.

(2)　$z^5-1=(z-1)(z^4+z^3+z^2+z+1)$.

(3)　$(z+1)(\overline{z}+1)=|z+1|^2$.

解答

(1)　$z^5=1$ より，

$$|z^5|=|z|^5=1.$$
$$|z|=1.$$
$$|z|^2=z\overline{z}=1.$$

よって，

$$\overline{z}=\frac{1}{z}.$$

(2)　$z^5-1=(z-1)(z^4+z^3+z^2+z+1)=0$.

$z\neq1$ より，

$$z^4+z^3+z^2+z+1=0.$$

z^2 で割って，

$$z^2+z+1+\frac{1}{z}+\frac{1}{z^2}=0.$$

$$z+\frac{1}{z}=z+\overline{z}=t,$$

$$z^2+\frac{1}{z^2}=\left(z+\frac{1}{z}\right)^2-2$$
$$=t^2-2$$

より，

$$t^2+t-1=0.$$

(3)　(2)より，

$$t=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}.$$

$$(z+1)(\overline{z}+1)=z\overline{z}+z+\overline{z}+1$$
$$=t+2$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$$
$$=\frac{6\pm2\sqrt{5}}{4}$$
$$=\left(\frac{\sqrt{5}\pm1}{2}\right)^2.$$

$$(z+1)(\overline{z}+1)=(z+1)(\overline{z+1})$$
$$=|z+1|^2$$

より，

$$|z+1|=\frac{\sqrt{5}\pm1}{2}.$$

205　考え方

$|\alpha-(1+i)|^2=\{\alpha-(1+i)\}\{\overline{\alpha}-(1-i)\}$,

$|1-\overline{\alpha}(1+i)|^2=\{1-\overline{\alpha}(1+i)\}\{1-\alpha(1-i)\}$

が等しいことを示す．

解答

$$|\alpha-(1+i)|^2=\{\alpha-(1+i)\}\{\overline{\alpha-(1+i)}\}$$
$$=\{\alpha-(1+i)\}\{\overline{\alpha}-(1-i)\}$$
$$=\alpha\overline{\alpha}-(1-i)\alpha-(1+i)\overline{\alpha}+(1+i)(1-i)$$
$$=|\alpha|^2-(1-i)\alpha-(1+i)\overline{\alpha}+2$$
$$=3-(1-i)\alpha-(1+i)\overline{\alpha}.$$

($|\alpha|=1$ より)

$$|1-\overline{\alpha}(1+i)|^2=\{1-\overline{\alpha}(1+i)\}\{\overline{1-\overline{\alpha}(1+i)}\}$$
$$=\{1-\overline{\alpha}(1+i)\}\{1-\alpha(1-i)\}$$
$$=1-\alpha(1-i)-\overline{\alpha}(1+i)+\alpha\overline{\alpha}(1+i)(1-i)$$
$$=1-(1-i)\alpha-(1+i)\overline{\alpha}+|\alpha|^2\cdot2$$
$$=3-(1-i)\alpha-(1+i)\overline{\alpha}.$$

($|\alpha|=1$ より)

よって，

$$|\alpha-(1+i)|^2=|1-\overline{\alpha}(1+i)|^2.$$

したがって，

$$|\alpha-(1+i)|=|1-\overline{\alpha}(1+i)|.$$

[別解]

$|\alpha|=1$ より，

$$|\alpha|^2=\alpha\overline{\alpha}=1.$$
$$\overline{\alpha}=\frac{1}{\alpha}.$$

よって，

$$|1-\overline{\alpha}(1+i)|=\left|1-\frac{1+i}{\alpha}\right|$$
$$=\left|\frac{\alpha-(1+i)}{\alpha}\right|$$
$$=\frac{|\alpha-(1+i)|}{|\alpha|}$$
$$=|\alpha-(1+i)|.$$

206　考え方

(1)　$|\alpha+\beta|^2=(\alpha+\beta)(\overline{\alpha}+\overline{\beta})$

を計算する．

(2)　$\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=0$ を導き，