

2025
共通テスト
直前対策問題集

第7回

数学Ⅱ，数学B，数学C

100点／70分

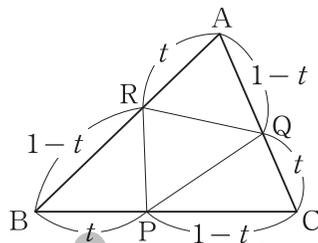
第7回

第4問～第7問は、いずれか3問を選択し、解答しなさい。

第6問 (選択問題) (配点 16)

(1) 太郎さんは次の問題を解答した。

問題 平面上にある三角形 ABC の辺 BC, CA, AB を $t : (1-t)$ ($0 < t < 1$) に内分する点をそれぞれ P, Q, R とする。三角形 ABC の重心 G と三角形 PQR の重心 G' が一致することを示せ。



太郎さんの解答

$$\overrightarrow{AG} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AC}$$

である。また,

$$\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{オ}}, \quad \overrightarrow{AQ} = \boxed{\text{カ}}, \quad \overrightarrow{AR} = \boxed{\text{キ}}$$

なので,

$$\overrightarrow{AG'} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AR}) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AC}$$

となる。よって G と G' は一致する。

オ, カ, キ の解答群

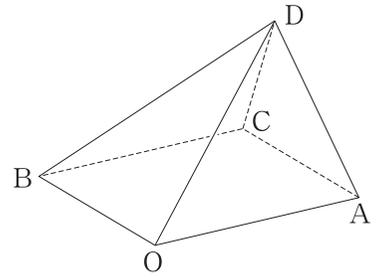
- | | | |
|---|---|------------------------------|
| ① $(1-t)\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ | ② $t\overrightarrow{AB} + (1-t)\overrightarrow{AC}$ | ③ $t\overrightarrow{AB}$ |
| ④ $t\overrightarrow{AC}$ | ⑤ $(1-t)\overrightarrow{AB}$ | ⑥ $(1-t)\overrightarrow{AC}$ |

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第6問は次ページに続く。)

(2) 平行四辺形 OACB を底面とする四角錐

D-OACB がある。

三角形 ABC の重心を G とし、線分 DG を $x : (1-x)$ に内分する点を P とする。ただし、 $0 < x < 1$ とする。



$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OD} = \vec{d}$ とすると

$$\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} x \vec{a} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} x \vec{b} + (\boxed{\text{シ}} - x) \vec{d}$$

である。

さらに、

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{d}| = 2$$

$$\angle AOB = \angle BOD = 60^\circ, \quad \angle AOD = 90^\circ$$

のとき、

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ス}}, \quad \vec{b} \cdot \vec{d} = \boxed{\text{セ}}, \quad \vec{d} \cdot \vec{a} = \boxed{\text{ソ}}$$

である。さらに、 $OP \perp DG$ となるとき、 $\vec{OP} \cdot \vec{DG} = \boxed{\text{タ}}$ から $x = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ となる。

第4問～第7問は、いずれか3問を選択し、解答しなさい。

第7問 (選択問題) (配点 16)

(1) 太郎さんと花子さんは次の問題Aについて話をしている。

問題A 双曲線 $y = \frac{1}{x}$ の焦点の座標を求めよ。

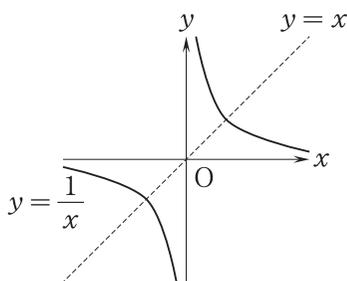


図1

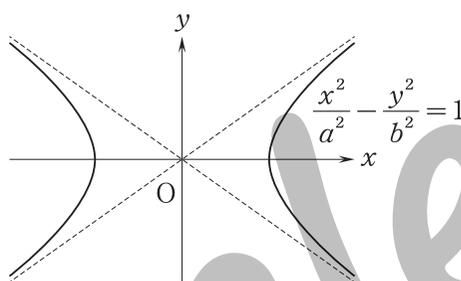


図2

太郎： $y = \frac{1}{x}$ のグラフは図1のようになるけど、 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

の表す図2のような双曲線の焦点の座標が **ア** であることしか知らないよ。

花子： $y = \frac{1}{x}$ のグラフは直線 $y = x$ について対称だけど、図2の双曲線は x

軸について対称だね。直線 $y = x$ と x 軸のなす角は $\frac{\pi}{4}$ だから、図1

の曲線を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させたらどうだろう。

ア の解答群

- ① $(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ ② $(\pm\sqrt{a^2 + b^2}, 0)$ ③ $(\pm\sqrt{b^2 - a^2}, 0)$

(数学II, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

点 (x, y) を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点を (X, Y) とする。

点 (x, y) が曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上を動くとき、点 (X, Y) の軌跡を求めよう。

複素数平面上で点 $X + iY$ を原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点が $x + iy$ であるので

$$x + iy = \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) (X + iY)$$

が成り立つ。したがって

$$x = \boxed{\text{イ}}, \quad y = \boxed{\text{ウ}} \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

となり、 $xy = 1$ であることから

$$\frac{X^2}{\boxed{\text{エ}}} - \frac{Y^2}{\boxed{\text{オ}}} = 1$$

が導かれる。

このことから、曲線 $y = \frac{1}{x}$ の焦点のうち、 x 座標が正である点の座標は

$\boxed{\text{カ}}$ であることがわかる。

$\boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}$ の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい。)

- | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|---------------------|----------------------------|
| ① $\frac{X + \sqrt{3}Y}{2}$ | ② $\frac{\sqrt{3}X + Y}{2}$ | ③ $\frac{X + Y}{2}$ | ④ $\frac{X + Y}{\sqrt{2}}$ |
| ⑤ $\frac{X - \sqrt{3}Y}{2}$ | ⑥ $\frac{\sqrt{3}X - Y}{2}$ | ⑦ $\frac{X - Y}{2}$ | ⑧ $\frac{X - Y}{\sqrt{2}}$ |

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

- | | | | |
|--------------------------|------------|------------|--------------------------|
| ① $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ | ② $(1, 1)$ | ③ $(2, 2)$ | ④ $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ |
|--------------------------|------------|------------|--------------------------|

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

(2) さらに太郎さんと花子さんは次の**問題 B**について考えることにした。

問題 B

$$x^2 - 4xy + y^2 + 3 = 0 \quad \dots\dots\dots ②$$

の表す曲線の概形を描け。原点を中心に曲線②を適当な角だけ回転させた曲線を利用するとよい。

太郎：**問題 A**では曲線を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させたけれど、**問題 B**ではどれだけ回転させればよいのかな。

花子：②で二つの文字 x, y の場所を交換しても元と同じ式になっている。例えば、点 $(1, \boxed{\text{キ}})$ が②の上にあるので、点 $(\boxed{\text{キ}}, 1)$ も②の上にあることがわかる。点 (a, b) が②の上であれば点 (b, a) も②の上にあることになるね。

太郎：ということは曲線②は直線 $y = x$ について対称になっている。直線 $y = x$ と x 軸のなす角は $\frac{\pi}{4}$ だから、②を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた曲線を考えてみよう。

方程式②に(1)の①を代入して整理すると $\boxed{\text{ク}}$ を得る。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

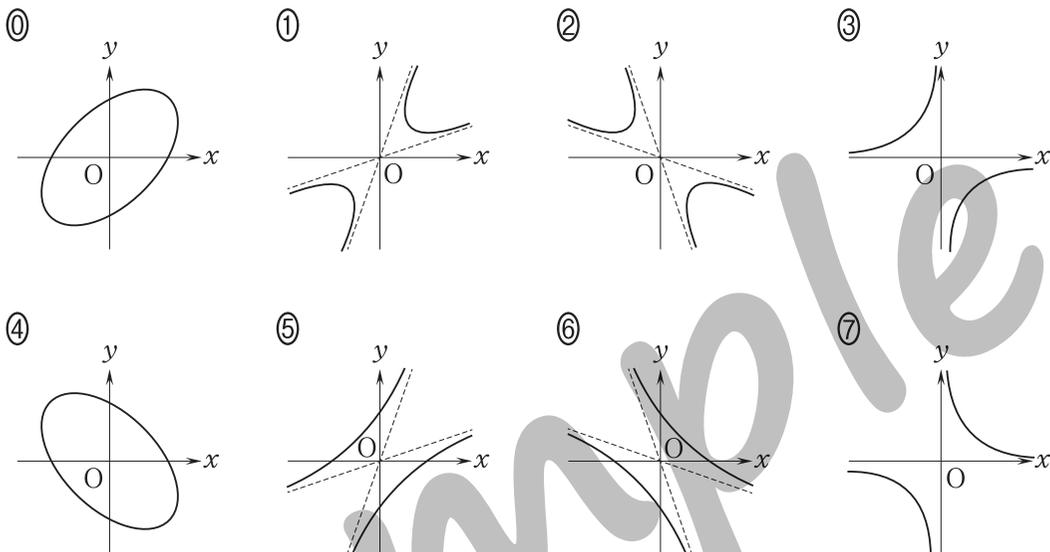
- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| ⑥ $X^2 + \frac{Y^2}{3} = 1$ | ① $X^2 - \frac{Y^2}{3} = 1$ | ② $X^2 - \frac{Y^2}{3} = -1$ |
| ③ $XY = \frac{3}{2}$ | ④ $\frac{X^2}{3} + Y^2 = 1$ | ⑤ $\frac{X^2}{3} - Y^2 = 1$ |
| ⑦ $\frac{X^2}{3} - Y^2 = -1$ | ⑧ $XY = -\frac{3}{2}$ | |

(数学Ⅱ, 数学B, 数学C 第7問は次ページに続く。)

曲線②の概形は **ケ** となる。

また、曲線②上にある x 座標が0以上である点のうち、原点に最も近い点の座標は **コ** である。

ケ については、最も適当なものを、次の①～⑦のうちから一つ選べ。



コ の解答群

① $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	② $(2, 2)$	③ $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$
④ $(3, 3)$	⑤ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	⑥ $(2, -2)$
⑦ $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$	⑧ $(3, -3)$	

2025
共通テスト
直前対策問題集

第7回

数学Ⅱ, 数学B, 数学C

sample

第7回

第7回 数学II, 数学B, 数学C チェックシート・第2面

4	解 答 欄										配点										
	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8		9									
ア	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
イ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input checked="" type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
ウ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
エ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
オ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
カ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input checked="" type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
キ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
ク	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input checked="" type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
ケ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input checked="" type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
コ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
サ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
シ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
ス	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
セ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
ソ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
タ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input checked="" type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
チ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ツ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
テ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ト	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ナ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ニ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ヌ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ネ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ノ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ハ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ヒ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
フ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ヘ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ホ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	

5	解 答 欄										配点										
	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8		9									
ア	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input checked="" type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
イ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
ウ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
エ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
オ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input checked="" type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
カ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
キ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
ク	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
ケ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
コ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
サ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
シ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input checked="" type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
ス	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	3
セ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
ソ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input checked="" type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	2
タ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input checked="" type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	4
チ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	4
ツ	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	4
テ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	4
ト	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input checked="" type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	4
ナ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ニ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ヌ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ネ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ノ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ハ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ヒ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
フ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ヘ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	
ホ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	

6	解 答 欄										配点										
	—	0	1	2	3	4	5	6	7	8		9									
ア	<input type="radio"/>	0	<input checked="" type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	6	<input type="radio"/>	7	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	9	1
イ	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input checked="" type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	5									

【解答・採点基準】

(70分 100点満点)

問題番号(配点)	解答記号	正解	配点	自己採点
第1問 (15)	$f(x) \geq \text{ア}$	$f(x) \geq 2$	1	
	$x = \text{イ}$	$x = 0$	1	
	ウ	4	2	
	$f(t) = \text{エ} \sqrt{\text{オカ}}$	$f(t) = 2\sqrt{10}$	2	
	$3^t = \text{キ} + \sqrt{\text{クケ}}$	$3^t = 3 + \sqrt{10}$	2	
	コ	3	3	
	サ	③	4	
第1問 自己採点小計				
第2問 (15)	$A = \text{ア}, B = \text{イ}$	$A = 4, B = 2$	2	
	$(x^2+x+\text{ウ})(x^2-x+\text{エ})$	$(x^2+x+6)(x^2-x+2)$	1	
	$\frac{\text{オカ} \pm \sqrt{\text{キクイ}}}{\text{ケ}}$	$\frac{-1 \pm \sqrt{23}i}{2}$	2	
	$\frac{\text{コ} \pm \sqrt{\text{サ}i}}{\text{シ}}$	$\frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$	2	
	$(x+\text{ス})(x^2-x+\text{セ})$	$(x+1)(x^2-x+1)$	1	
	$x^3 = \text{ソタ}$	$x^3 = -1$	1	
	$\frac{\text{チ} \pm \sqrt{\text{ツ}i}}{\text{テ}}$	$\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$	1	
	$\frac{\text{ト} \mp \sqrt{\text{ナ}i}}{\text{ニ}}$	$\frac{1 \mp \sqrt{3}i}{2}$	1	
	ヌネ	-1	4	
	第2問 自己採点小計			
第3問 (22)	$p = \text{ア}$	$p = 2$	2	
	$\text{イ} \leq \alpha(t) \leq \text{ウ}$	$0 \leq \alpha(t) \leq 1$	3	
	$\text{エ} \leq \beta(t) \leq \text{オ}$	$1 \leq \beta(t) \leq 2$	3	
	$\frac{\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}} \cdot t \sqrt{\text{ク}} - t$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot t \sqrt{2} - t$	4	
	$t = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$t = \frac{4}{3}$	4	
	サ	①	3	
シ	$\frac{8}{3}$	6		
ス	$\frac{8}{3}$	6		
第3問 自己採点小計				

問題番号(配点)	解答記号	正解	配点	自己採点
第4問 (16)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{2}{3}$	1	
	ウ	1	1	
	エ	①	1	
	オ	②	1	
	カ, キ	4, ①	1	
	$\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$	$\frac{4}{9}$	1	
	コ	①	1	
	$\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$	$\frac{3}{2}$	2	
	ス	①	1	
	セ, ソ	2, ①	3	
$k = \text{タ}$	$k = 4$	3		
第4問 自己採点小計				
第5問 (16)	$\frac{\text{アイウ}}{\text{エ}}$	$\frac{400}{3}$	2	
	オカキ	700	3	
	$\frac{\text{クケ}}{\text{コサ}}$	$\frac{11}{12}$	2	
	シスセ	800	3	
	$\text{ソX} - \text{タチツ}$	$3X - 400$	2	
	0.テトナ	0.159	4	
第5問 自己採点小計				
第6問 (16)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}} \overrightarrow{\text{AB}} + \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \overrightarrow{\text{AC}}$	$\frac{1}{3} \overrightarrow{\text{AB}} + \frac{1}{3} \overrightarrow{\text{AC}}$	1	
	オ	①	1	
	カ	⑤	1	
	キ	②	1	
	$\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} x \vec{a} + \frac{\text{コ}}{\text{サ}} x \vec{b}$	$\frac{2}{3} x \vec{a} + \frac{2}{3} x \vec{b}$	2	
	$(\text{シ} - x) \vec{d}$	$(1 - x) \vec{d}$	1	
	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{ス}$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$	1	
	$\vec{b} \cdot \vec{d} = \text{セ}$	$\vec{b} \cdot \vec{d} = 2$	1	
	$\vec{d} \cdot \vec{a} = \text{ソ}$	$\vec{d} \cdot \vec{a} = 0$	1	
	タ	0	1	
$x = \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$	$x = \frac{2}{5}$	5		
第6問 自己採点小計				

問題 番号 (配点)	解答記号	正 解	配点	自己 採点
第7問 (16)	ア	①	1	
	イ	⑦	1	
	ウ	③	1	
	$\frac{X^2}{エ} - \frac{Y^2}{オ}$	$\frac{X^2}{2} - \frac{Y^2}{2}$	3	
	カ	⑩	2	
	(1, キ)	(1, 2)	1	
	ク	⑤	2	
	ケ	①	3	
	コ	②	2	
第7問 自己採点小計				
自己採点合計				

(注) 第1問～第3問は必答。第4問～第7問のうちから3問選択。計6問を解答。

sample

である.

$$(3) \quad V(X) = 200 \times \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{400}{9}$$

なので, 確率変数 X の標準偏差 σ は

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3}$$

である.

課題の挑戦者数 200 は十分大きいと考えられるので, 確率変数 X は近似的に正規分布に従うと考えてよい.

そこで確率変数 Z を

$$Z = \frac{X - E(X)}{\sigma}$$

と定めると, Z は標準正規分布に従う.

ここで,

$$\frac{X - E(X)}{\sigma} = \frac{X - \frac{400}{3}}{\frac{20}{3}} = \frac{3X - 400}{20}$$

なので

$$Z = \frac{\boxed{3}X - \boxed{400}}{20}$$

は標準正規分布に従う.

すると,

$$X \geq 140$$

は

$$Z \geq 1$$

と書き換えられるので, 正規分布表により

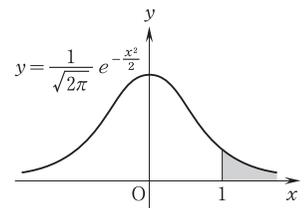
$$\begin{aligned} P(Z \geq 1) &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

となる. 小数第 4 位を四捨五入することにより

$$P(X \geq 140) = 0. \boxed{159}$$

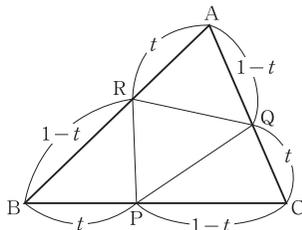
である.

次の図の網目の部分の面積が $P(Z \geq 1)$ である.



第 6 問 ベクトル (配点 16)

(1)



G は三角形 ABC の重心であるから,

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

また,

$$\overrightarrow{AP} = \frac{(1-t)\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}}{t+(1-t)} = (1-t)\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC},$$

$$\overrightarrow{AQ} = (1-t)\overrightarrow{AC},$$

$$\overrightarrow{AR} = t\overrightarrow{AB}$$

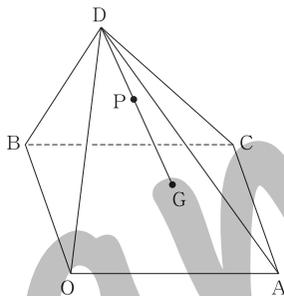
なので, , , にはそれぞれ , , が当てはまる.

よって,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG'} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{AR}) \\ &= \frac{1}{3}\{(1-t)\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} + (1-t)\overrightarrow{AC} + t\overrightarrow{AB}\} \\ &= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

となるので, G と G' は一致する.

(2)



四角形 OACB は平行四辺形であるから,

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{a} + \vec{b}.$$

G は三角形 ABC の重心であるから,

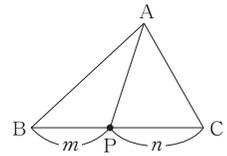
$$\begin{aligned} \overrightarrow{OG} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \\ &= \frac{2}{3}(\vec{a} + \vec{b}). \end{aligned}$$

よって,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= (1-x)\overrightarrow{OD} + x\overrightarrow{OG} \\ &= (1-x)\vec{d} + x \cdot \frac{2}{3}(\vec{a} + \vec{b}) \\ &= \frac{2}{3}x\vec{a} + \frac{2}{3}x\vec{b} + (\boxed{1}-x)\vec{d} \end{aligned}$$

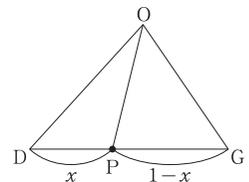
である.

さらに, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{d}| = 2$, $\angle AOB = \angle BOD = 60^\circ$, $\angle AOD = 90^\circ$ のとき,



線分 BC を $m:n$ に内分する点を P とすると

$$\overrightarrow{AP} = \frac{n\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC}}{m+n}.$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{2},$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = |\vec{b}| |\vec{d}| \cos 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{2},$$

$$\vec{d} \cdot \vec{a} = |\vec{d}| |\vec{a}| \cos 90^\circ = 2 \cdot 2 \cdot 0 = \boxed{0}$$

である。

$OP \perp DG$ となるとき、 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{DG} = \boxed{0}$ である。

ここで、

$$\overrightarrow{OP} = (1-x)\overrightarrow{OD} + x\overrightarrow{OG},$$

$$\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OD}$$

から

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{DG} &= \{(1-x)\overrightarrow{OD} + x\overrightarrow{OG}\} \cdot (\overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OD}) \\ &= -(1-x)|\overrightarrow{OD}|^2 + x|\overrightarrow{OG}|^2 + (1-2x)\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OG} \end{aligned}$$

である。

さらに、

$$|\overrightarrow{OD}|^2 = |\vec{d}|^2 = 2^2 = 4,$$

$$|\overrightarrow{OG}|^2 = \frac{2^2}{3^2} |\vec{a} + \vec{b}|^2$$

$$= \frac{2^2}{3^2} \{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}\}$$

$$= \frac{2^2}{3^2} (2^2 + 2^2 + 2 \cdot 2)$$

$$= \frac{16}{3},$$

$$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OG} = \vec{d} \cdot \left(\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} \right)$$

$$= \frac{2}{3} (\vec{d} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{d})$$

$$= \frac{2}{3} (0 + 2)$$

$$= \frac{4}{3}$$

より

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{DG} = -(1-x)4 + x \cdot \frac{16}{3} + (1-2x)\frac{4}{3}$$

となる。 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{DG} = 0$ から

$$-12(1-x) + 16x + 4(1-2x) = 0.$$

これを解いて、 $x = \frac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$ である。

$$\leftarrow \overrightarrow{OG} = \frac{2}{3}(\vec{a} + \vec{b}).$$

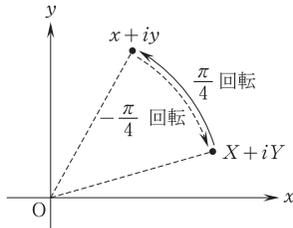
$\leftarrow x = \frac{2}{5}$ は $0 < x < 1$ を満たしている。

第7問 平面上の曲線と複素数平面 (配点 16)

(1) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) の表す双曲線の焦点の座標は

$$\left(\pm \sqrt{a^2 + b^2}, 0 \right)$$

である。 $\boxed{\mathcal{P}}$ には $\boxed{\text{①}}$ が当てはまる。



複素数平面上で点 $X+iY$ を原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点が

$x+iy$ であるので

$$\begin{aligned} x+iy &= \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) (X+iY) \\ &= \frac{1+i}{\sqrt{2}} (X+iY) \\ &= \frac{X+i^2Y}{\sqrt{2}} + \frac{X+Y}{\sqrt{2}} i \\ &= \frac{X-Y}{\sqrt{2}} + \frac{X+Y}{\sqrt{2}} i \end{aligned}$$

が導かれる。 x, y, X, Y は実数であるので

$$x = \frac{X-Y}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{X+Y}{\sqrt{2}}. \quad \dots \text{①}$$

したがって、 $\boxed{\mathcal{I}}$ に $\boxed{\text{⑦}}$ が、 $\boxed{\mathcal{U}}$ に $\boxed{\text{⑧}}$ がそれぞれ当てはまる。

$xy=1$ が成り立つとする。 ① を代入すると

$$\frac{X-Y}{\sqrt{2}} \cdot \frac{X+Y}{\sqrt{2}} = 1$$

が導かれる。整理すると

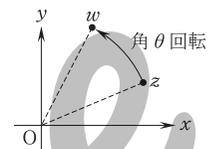
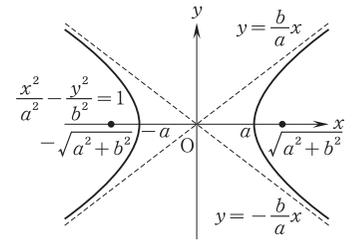
$$\frac{X^2}{\boxed{2}} - \frac{Y^2}{\boxed{2}} = 1.$$

つまり曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上を点 (x, y) が動くとき、点 (x, y) を原点を中心に

$-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点 (X, Y) の軌跡は

$$\text{双曲線 } \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$$

である。言い換えると、



← 複素数平面上で、原点を中心に点 z を角 θ だけ回転させると点 w に一致するとき

$$w = (\cos \theta + i \sin \theta)z.$$

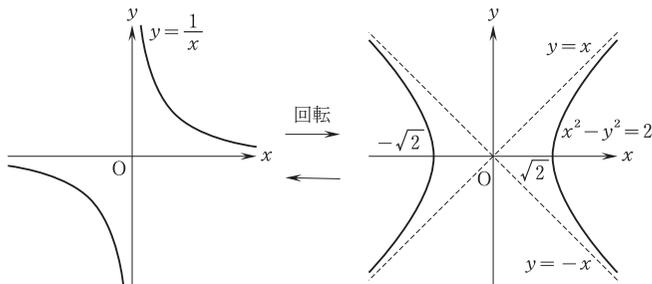
← 実数 a, b, c, d に対して

$$a + bi = c + di$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ \text{かつ} \\ b = d. \end{cases}$$

「曲線 $y = \frac{1}{x}$ を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ

回転すると双曲線 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ となる。」



双曲線 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ の焦点は

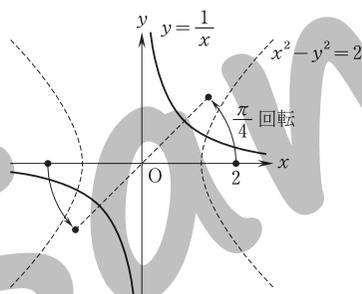
$$(\pm\sqrt{2+2}, 0) \text{ つまり } (\pm 2, 0)$$

である。この点を原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させると、曲線 $y = \frac{1}{x}$ の焦点

となる。 $y = \frac{1}{x}$ の焦点のうち x 座標が正である点は

「点 $(2, 0)$ を原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点」

である。



その点の座標は

$$(2 \cos \frac{\pi}{4}, 2 \sin \frac{\pi}{4}) \text{ つまり } (\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

である。 に が当てはまる。

(2) xy 平面上の曲線

$$x^2 - 4xy + y^2 + 3 = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

について考える。

②において $x=1$ とすると $y^2 - 4y + 4 = 0$ となり

$$(y-2)^2 = 0. \text{ よって } y=2.$$

したがって点 $(1, \text{ })$ は曲線 ② 上にある。

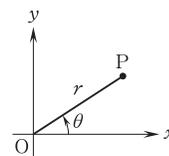
すると式の型から点 $(2, 1)$ も曲線 ② 上にあることがわかる。

このように曲線 ② 上に点 (a, b) があれば、その点と直線 $y=x$ に関して対称な点 (b, a) も ② 上にあるので、曲線 ② は直線 $y=x$ に関して対称である。

← $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (a, b は正の数) の表

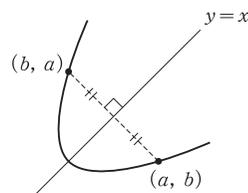
す双曲線の焦点は

$$(\pm\sqrt{a^2+b^2}, 0).$$



← 上の図の点 P の座標は

$$(r \cos \theta, r \sin \theta).$$



← 曲線 ② 上のすべての点 (a, b) に対して、左に記したことが成り立つので、曲線 ② は直線 $y=x$ に関して対称となる。

そこでこの直線 $y=x$ と x 軸のなす角が $\frac{\pi}{4}$ であることに注目し、曲線

② を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた曲線を考える。

点 (x, y) を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点を (X, Y) とすると、

(1) の① が成り立つ。これを② に代入すると

$$\frac{(X-Y)^2}{2} - 4 \cdot \frac{X-Y}{\sqrt{2}} \cdot \frac{X+Y}{\sqrt{2}} + \frac{(X+Y)^2}{2} + 3 = 0.$$

$$\frac{X^2 - 2XY + Y^2}{2} - 2(X^2 - Y^2) + \frac{X^2 + 2XY + Y^2}{2} + 3 = 0.$$

よって $-X^2 + 3Y^2 + 3 = 0$ となり

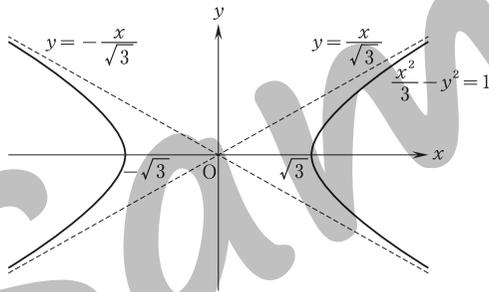
$$\frac{X^2}{3} - Y^2 = 1$$

が導かれる。□クには□⑥ が当てはまる。

したがって曲線② を原点を中心に $-\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた曲線は

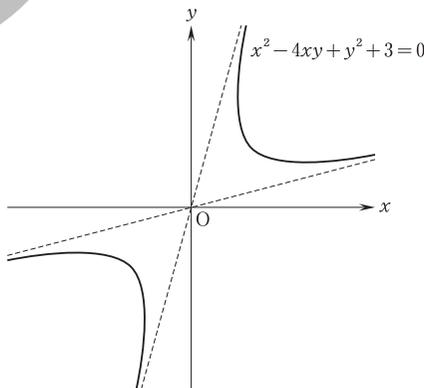
$$\text{双曲線 } \frac{x^2}{3} - y^2 = 1 \quad \dots \text{③}$$

であり、その概形は次のようになる。



この曲線③ を原点を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた曲線が② であり、その概

形は次のようになる。



曲線② の概形 □ケには □① が当てはまる。

曲線③ 上で原点 O に最も近い点は $(\pm\sqrt{3}, 0)$ である。これらを原点を

$$\leftarrow x = \frac{X-Y}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{X+Y}{\sqrt{2}}.$$

$$\leftarrow \left(\frac{x}{\sqrt{3}} - y\right)\left(\frac{x}{\sqrt{3}} + y\right) = 1 \text{ と変形で}$$

きるので、2 直線

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{3}} - y = 0, \\ \frac{x}{\sqrt{3}} + y = 0 \end{cases}$$

が漸近線となる。漸近線と x 軸のな

す角は $\frac{\pi}{6}$ である。

← 漸近線と x 軸のなす角は

$$-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12},$$

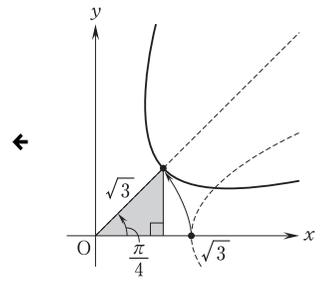
$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{12}\pi$$

である。

中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転させた点が曲線②上で原点に最も近い点である。そのうち x 座標が正である点の座標は

$$\left(\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{4}, \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$$

である。□には②が当てはまる。



Sample